

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 16 febbraio 1919.

F. D'OVIDIO, Presidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Geometria assoluta degli spazi curvi*. Nota II di TOMMASO BOGGIO, presentata dal Corrispondente R. MARCOLONGO.

7. Dimostriamo ora il teorema di Schur. Posto:

$$(a) \quad \begin{cases} f_1(d, \delta, Q) = \delta Q \times (\delta d^2 Q - d^2 \delta Q), \\ f_2(d, \delta, Q) = d Q^2 \cdot \delta Q^2 - (d Q \times \delta Q)^2, \end{cases}$$

per la curvatura $\mathcal{K}_{d,\delta}$ secondo la giacitura determinata da $dQ, \delta Q$ abbiamo trovato (form. 15 del § 6):

$$(b) \quad \mathcal{K}_{d,\delta} = f_1(d, \delta, Q) / f_2(d, \delta, Q).$$

Supponiamo che in ogni punto Q di C_n la \mathcal{K} sia indipendente da d e δ , cioè *non vari* (per uno stesso Q) con la giacitura considerata. In tale ipotesi, per la curvatura \mathcal{K} in Q si ha:

$$\mathcal{K} = f(Q),$$

cioè \mathcal{K} è funzione *soltanto* di Q . La curvatura nel punto $Q + d'Q$ sarà data da:

$$\mathcal{K} + d'\mathcal{K} = f(Q + d'Q) = \frac{f_1(d, \delta, Q) + \varepsilon_1}{f_2(d, \delta, Q) + \varepsilon_2},$$

ove $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ sono infinitesimi di ordine superiore al quarto; perciò, a meno di tali infinitesimi, si ha:

$$\mathcal{K} + d'\mathcal{K} = f(Q) = \mathcal{K},$$

cioè $d'\mathcal{K} = 0$, onde $\mathcal{K} = \text{costante}$, e ciò prova appunto il teorema di Schur.

8. In ciò che precede abbiamo ottenuto, con minimi mezzi e con calcoli semplicissimi, le geodetiche degli spazî curvi, la curvatura riemanniana e il teorema di Schur, che con i metodi algebrici usuali richiedono calcoli complicatissimi. In altri lavori vedremo altre proprietà che otterremo pure in modo elementare. Per ora è intanto utile confrontare e collegare ciò che abbiamo ottenuto, con quanto si fa con i metodi algebrici ordinari.

L'algebra ordinaria degli spazî curvi è basata sulla forma quadratica differenziale f , che, sotto forma assoluta, è espressa da $f = dP \times \alpha dP$. L'introduzione delle coordinate conduce a invarianti, covarianti, controvarianti, ecc. (che, naturalmente, spariscono con lo sparire delle coordinate), che si ottengono considerando le trasformazioni biunivoche dei punti P in altri punti P' , che non alterano la forma f .

Dobbiamo dunque, per l'accennato confronto, considerare, oltre la trasformazione di Q in P , anche un'altra trasformazione di Q in P' , vale a dire una trasformazione biunivoca di P in P' in E_n . Porremo:

$$(1) \quad \beta' = \frac{dQ}{dP'} \quad , \quad \alpha' = K\beta' \cdot \beta' ,$$

$$(2) \quad \sigma = \frac{dP}{dP'} \quad , \quad \text{e quindi} \quad \sigma^{-1} = \frac{dP'}{dP} ,$$

Osservando che $dQ/dP' = dQ/dP \cdot dP/dP'$, si ha:

$$(3) \quad \beta' = \beta\sigma \quad , \quad \beta = \beta'\sigma^{-1} ,$$

e poichè $\alpha' = K\beta' \cdot \beta' = K\sigma \cdot K\beta \cdot \beta\sigma$, si ha pure:

$$(4) \quad \alpha' = K\sigma \cdot \alpha \cdot \sigma \quad , \quad \alpha = K\sigma^{-1} \cdot \alpha' \cdot \sigma^{-1}$$

che stabilisce le relazioni fra le metriche determinate da α e α' .

È ovvio che il $ds^2 = dQ^2$ deve essere indipendente dalla trasformazione di C_n in E_n , cioè deve essere:

$$ds^2 = dQ^2 = dP \times \alpha dP = dP' \times \alpha' dP' ,$$

il che risulta anche osservando che $dP \times \alpha dP = \sigma dP' \times \alpha \sigma dP' = dP' \times \times K\sigma \cdot \alpha \sigma dP'$. Viceversa, affinchè sia $dP \times \alpha dP = dP' \times \alpha' dP'$, deve valere la prima delle (4). Ma tutto ciò, con le forme assolute, è così ovvio che non ha bisogno di essere enunciato.

9. Ad uno spostamento arbitrario dP' di P' in E_n corrisponde un $d\sigma$ dato da:

$$(5) \quad d\sigma = \sigma \cdot \Phi_{P'}(\alpha', dP') - \Phi_P(\alpha, dP) \cdot \sigma,$$

alla quale, ovviamente, si può dare la forma:

$$(5') \quad \frac{d\sigma}{dP} \mathbf{u} = \sigma \cdot \Phi_{P'}(\alpha', \mathbf{u}) - \Phi_P(\alpha, \sigma \mathbf{u}) \cdot \sigma;$$

considerando poi un altro spostamento $\delta P'$ di P' in E_n , si ha:

$$(6) \quad \delta d\sigma - d\delta\sigma = \sigma \cdot \Theta_{P'}(\alpha', dP', \delta P') - \Theta_P(\alpha, dP, \delta P) \cdot \sigma,$$

che giova confrontare con la (5).

Queste formule si dimostrano osservando che da $\beta' = \beta\sigma$ si ricava $d\beta' = d\beta \cdot \sigma + \beta \cdot d\sigma$, e quindi per la (5) del § 2:

$$\beta \cdot d\sigma = \beta' \cdot \Phi_{P'}(\alpha', dP') - \beta \cdot \Phi_P(\alpha, dP) \cdot \sigma;$$

operando con β^{-1} e osservando che $\beta^{-1} \cdot \beta' = \sigma$, si ha la (5).

Applicando poi δ al valore precedente di $d\beta'$ risulta:

$$\delta d\beta' = \delta d\beta \cdot \sigma + d\beta \cdot \delta\sigma + \delta\beta \cdot d\sigma + \beta \cdot \delta d\sigma;$$

scambiando tra loro d e δ e sottraendo si ha:

$$\delta d\beta' - d\delta\beta' = (\delta d\beta - d\delta\beta) \sigma + \beta(\delta d\sigma - d\delta\sigma);$$

da questa, per la (11) del § 5 si ricava:

$$\beta(\delta d\sigma - d\delta\sigma) = \beta' \cdot \Theta_{P'}(\alpha', dP', \delta P') - \beta \cdot \Theta_P(\alpha, dP, \delta P) \sigma;$$

operando con β^{-1} si ha la (6).

10. Se \mathbf{u} è un vettore funzione di P e quindi anche di P' si ha:

$$(7) \quad d\mathbf{u} + \Phi_P(\alpha, dP) \mathbf{u} = \sigma \left\{ d(\sigma^{-1} \mathbf{u}) + \Phi_{P'}(\alpha', dP') \cdot \sigma^{-1} \mathbf{u} \right\},$$

$$(7') \quad \frac{d\mathbf{u}}{dP} + \Phi_P(\alpha, \mathbf{u}) = \sigma \left\{ \frac{d(\sigma^{-1} \mathbf{u})}{dP'} + \Phi_{P'}(\alpha', \sigma^{-1} \mathbf{u}) \right\} \sigma^{-1}.$$

Infatti, dalla (5) viene:

$$(a) \quad d\sigma \cdot \sigma^{-1} \mathbf{u} = \sigma \cdot \Phi_{P'}(\alpha', dP') \cdot \sigma^{-1} \mathbf{u} - \Phi_P(\alpha, dP) \mathbf{u};$$

ma $\mathbf{u} = \sigma \sigma^{-1} \mathbf{u}$, cioè $d\mathbf{u} = d\sigma \cdot \sigma^{-1} \mathbf{u} + \sigma \cdot d(\sigma^{-1} \mathbf{u})$, e ricavando di qui $d\sigma \cdot \sigma^{-1} \mathbf{u}$ e sostituendo nella (a) si ha subito la (7).

In virtù della (8) del § 4, e ricordando che $dP' = \sigma^{-1} dP$, la (7) diventa:

$$\left\{ \frac{d\mathbf{u}}{dP} + \Phi_P(\alpha, \mathbf{u}) \right\} dP = \sigma \left\{ \frac{d(\sigma^{-1} \mathbf{u})}{dP'} + \Phi_{P'}(\alpha', \sigma^{-1} \mathbf{u}) \right\} \sigma^{-1} dP,$$

che, per l'arbitrarietà di dP dimostra la (7').

Per $\mathbf{u} = \delta P = \sigma \delta P'$, la (7) assume la forma:

$$(8) \quad d\delta P + \Phi_P(\alpha, dP) \delta P = \sigma \{ d\delta P' + \Phi_{P'}(\alpha', dP') \delta P' \},$$

e, in particolare, per $\delta = d$:

$$(8') \quad d^2 P + \Phi_P(\alpha, dP) dP = \sigma \{ d^2 P' + \Phi_{P'}(\alpha', dP') dP' \}.$$

Secondo il comune linguaggio, il 1° membro della (7') sarebbe la *derivata controvariante di \mathbf{u} rispetto a P* .

Come complemento della Nota I, definiremo una nuova omografia $\Gamma_P^*(\alpha, \mathbf{u})$ tale che, per α vettore arbitrario si abbia:

$$(9) \quad \Gamma_P^*(\alpha, \mathbf{u}) \mathbf{x} = K \Phi_P(\alpha, \mathbf{x}) \cdot \alpha \mathbf{u}.$$

Questa nuova omografia ha per espressione:

$$(10) \quad \begin{aligned} \Gamma_P^*(\alpha, \mathbf{u}) &= S_P(\alpha, \mathbf{u}) - \alpha \cdot \Phi_P(\alpha, \mathbf{u}) = \\ &= \frac{1}{2} \left\{ S_P(\alpha, \mathbf{u}) + K S_P(\alpha, \mathbf{u}) - \frac{d\alpha}{dP} \mathbf{u} \right\}. \end{aligned}$$

Infatti dalla (4) del § 2 e dalle solite formule del Pieri, risulta:

$$\begin{aligned} 2K\Phi(\alpha, \mathbf{x}) \cdot \alpha \mathbf{u} &= \left(\frac{d\alpha}{dP} \mathbf{x} \right) \mathbf{u} + K S(\alpha, \mathbf{x}) \mathbf{u} - S(\alpha, \mathbf{x}) \mathbf{u} = \\ &= S(\alpha, \mathbf{u}) \mathbf{x} + K S(\alpha, \mathbf{u}) \mathbf{x} - \left(\frac{d\alpha}{dP} \mathbf{u} \right) \mathbf{x}, \end{aligned}$$

da cui segue la (10).

11. Avendo \mathbf{u} il precedente significato si ha:

$$(11) \quad d\mathbf{u} - \Gamma_P^*(\alpha, \alpha^{-1} \mathbf{u}) dP = K\sigma^{-1} \{ d(K\sigma \mathbf{u}) - \Gamma_{P'}^*(\alpha', \alpha'^{-1} K\sigma \mathbf{u}) dP' \},$$

a cui si può dare la forma:

$$(11') \quad \frac{d\mathbf{u}}{dP} - \Gamma_P^*(\alpha, \alpha^{-1} \mathbf{u}) = K\sigma^{-1} \left\{ \frac{d(K\sigma \mathbf{u})}{dP'} - \Gamma_{P'}^*(\alpha', \alpha'^{-1} K\sigma \mathbf{u}) \right\} \sigma^{-1}.$$

Infatti, operando con K sulla (5), applicando poi al vettore \mathbf{u} , si ha, tenendo conto della (9) ed osservando che $Kd\sigma \cdot \mathbf{u} = d(K\sigma \mathbf{u}) - K\sigma \cdot d\mathbf{u}$:

$$\begin{aligned} d(K\sigma \mathbf{u}) - K\sigma \cdot d\mathbf{u} &= K\Phi_{P'}(\alpha', dP') \cdot K\sigma \mathbf{u} - K\sigma \cdot K\Phi_P(\alpha, dP) \mathbf{u} = \\ &= \Gamma_{P'}^*(\alpha', \alpha'^{-1} K\sigma \mathbf{u}) dP' - K\sigma \cdot \Gamma_P^*(\alpha, \alpha^{-1} \mathbf{u}) dP, \end{aligned}$$

da cui segue la (11), dopo aver operato con $K\sigma^{-1}$. La (11') si deduce dalla (11) in modo ovvio.

Secondo il solito comune linguaggio, i primi membri delle (11), (11') sono rispettivamente il *differenziale* e la *derivata covariante di \mathbf{u} rispetto a P* .

12. Vediamo per ultimo i simboli di Christoffel e di Riemann, il lemma di Ricci e l'identità di Bianchi. Posto

$$P = O + \sum_1^n x_i a_i,$$

ove O è un punto, ed a_i indicano i vettori unitari ortogonali di riferimento, si ha per i simboli a 3 indici (di Christoffel) di 2^a e di 1^a specie, rispettivamente:

$$\left\{ \begin{matrix} r, s \\ t \end{matrix} \right\} = a_t \times \Phi_P(\alpha, a_r) a_s, \quad \left[\begin{matrix} r, s \\ t \end{matrix} \right] = a_t \times \alpha \Phi_P(\alpha, a_r) a_s;$$

e per i simboli a 4 indici (di Riemann) di 2^a e di 1^a specie, rispettivamente:

$$\{hr, st\} = a_r \times \Theta_P(\alpha, a_s, a_t) a_h, \quad (hr, st) = a_r \times \alpha \Theta_P(\alpha, a_s, a_t) a_h.$$

Nell'ordinaria algebra, i primi membri valgono soltanto per a_i vettori ortogonali di riferimento; nel campo assoluto i secondi membri valgono per a_i vettori arbitrari.

Il noto lemma di Ricci è espresso da:

$$(12) \quad d\alpha = \alpha \Phi_P(\alpha, dP) + K \Phi_P(\alpha, dP) \alpha,$$

ovvero, sotto forma equivalente:

$$(12') \quad \frac{d\alpha}{dP} \alpha = \alpha \Phi_P(\alpha, \alpha) + K \Phi_P(\alpha, \alpha) \alpha.$$

Infatti, dalla (4) del § 2 si ha:

$$2\alpha \Phi_P(\alpha, \alpha) = \frac{d\alpha}{dP} \alpha + S_P(\alpha, \alpha) - K S_P(\alpha, \alpha);$$

operando su questa con K e poi sommando membro a membro si ha la (12'), e quindi la (12).

Se corrispondentemente agli spostamenti $d_r P$, ($r = 1, 2, 3$) poniamo, per abbreviare,

$$\Phi_r = \Phi_P(\alpha, d_r P), \quad \Theta_{r,s} = \Theta_P(\alpha, d_r P, d_s P),$$

si ha l'identità:

$$(13) \quad \Sigma d_1 \Theta_{2,3} = \Sigma (\Theta_{2,3} \Phi_1 - \Phi_1 \Theta_{2,3}).$$

ove la Σ è estesa alle permutazioni circolari 123, 231, 312.

Infatti, la (10) del § 5 può scriversi:

$$(14) \quad \Theta_{2,3} = d_3 \Phi_2 - d_2 \Phi_3 + \Phi_3 \Phi_2 - \Phi_2 \Phi_3,$$

da cui,

$$d_1 \Theta_{2,3} = d_1 d_3 \Phi_2 - d_1 d_2 \Phi_3 + d_1 \Phi_3 \cdot \Phi_2 + \\ + \Phi_3 \cdot d_1 \Phi_2 - d_1 \Phi_2 \cdot \Phi_3 - \Phi_2 \cdot d_1 \Phi_3 ;$$

scrivendo le due formule che si ottengono da questa permutando circolarmente due volte gli indici, e poi sommando le tre formule, si eliminano evidentemente i differenziali secondi misti delle Φ , e ricordando la (14) si ha senz'altro la (13).

Dalla (13) si deduce poi subito

$$\Sigma d_1 (\alpha \Theta_{2,3}) = \Sigma (\alpha \Theta_{2,3} \Phi_1 + K \Phi_1 \cdot \alpha \Theta_{2,3}) ,$$

la quale riassume le note identità di Bianchi (cfr. Bianchi, *Geometria differenziale*, 2^a ediz., vol. I, pag. 351).

Biologia generale. — *Variabilità del rapporto dei sessi alla nascita nelle covate di alcuni mammiferi pluripari*. Nota II del dott. MARCELLO BOLDRINI, presentata dal Corrisp. D. LO MONACO.

Procediamo a un breve esame dei risultati ottenuti nella Nota precedente. Essi, beninteso, debbono ritenersi veri nei limiti dei dati che si posseggono; i quali, per la loro scarsità, non sembra consentano deduzioni di carattere generale e quindi non è da escludere possano venir contraddetti da rilevazioni più numerose relative a un maggior numero di specie animali.

Chiameremo indice di variabilità normale o variabilità normale senz'altro l'indice che risulta da un numero esteso di osservazioni: intenderemo invece per indice teorico l'unità che, appunto, rappresenta l'indice che si otterrebbe se tutte le variazioni nel rapporto dei sessi nelle singole covate fossero soggette solamente al puro caso.

Gli indici della tabella non presentano mai scostamenti molto forti dall'unità; si va da un minimo di 0,7 a un massimo di 1,3, ove non si consideri l'indice maggiore ottenuto per i dati di Basile sui conigli normali che non si riferisce a covate singole ma a gruppi di covate di varie femmine. Ciò posto, riassumiamo sistematicamente i vari fatti che risultano dall'esame della tabella.

a) Nelle covate di coniglie lecitinate o iniettate con bioplastina si ha una frequenza di combinazioni medie superiore a quella che dovrebbe riscontrarsi per puro effetto del caso. Tale tendenza è maggiore nelle prime — composte in media di 5,3 nati — che nelle seconde — composte in media di 6,8 nati — e contrasta con la tendenza opposta delle covate normali, composte in media di 7,3 nati. Ciò concorda col reperto di Basile di una

maggior mortalità dei feti maschili in confronto a quella dei feti femminili, massima nelle coniglie lecitinate (che dalle iniezioni risentivano gravi disturbi, come ascessi ed elevata sterilità), minore in quelle bioplastinate (nelle quali i disturbi erano più leggeri), minima nelle normali. La forte mortalità dei feti maschili naturalmente tende a diminuire il rapporto sessuale nelle portate con molti maschi e a deprimere quindi l'indice di variabilità del rapporto dei sessi alla nascita.

b) In questo senso è vera l'affermazione di Russo che le coniglie lecitinate danno più facilmente di quelle normali covate con rapporto sessuale basso; e si spiega perchè l'autore, non riuscendo a dare una espressione sintetica del fenomeno, abbia elencato solo le cifre che confermavano la sua impressione (covate in cui il numero dei maschi non supera quello delle femmine). Le covate di coniglie lecitinate di Russo danno un indice di variabilità di 0,72 e hanno in media 6,5 nati. Dunque, le covate in cui le femmine predominano sono più piccole delle covate normali, e il rapporto dei sessi varia meno di quanto dovrebbe attendersi per puro effetto del caso.

c) L'indice di variabilità dei conigli normali di Russo, singolarmente contrastante con quello ottenuto dai gruppi di covate di Basile, dipende in parte da motivi analoghi.

Il Russo ci avverte di avere scelto da 200 e più covate le 100 covate di cui riporta le cifre « perchè le proporzioni si mantengono costanti », riportando solo « i casi più comuni e i casi estremi sia per il numero dei piccoli nelle singole nidiate, sia per ciò che riguarda il loro sesso ». Non si intende bene il criterio con cui è fatta la scelta; ma è certo che il Russo è stato inconsciamente indotto a riportare di preferenza le covate con rapporto sessuale vicino a quello medio. Esse, con 6,9 nati in media, sono minori di quelle normali di Basile; solo 18 volte su 100 le femmine eccedono i maschi. Ciò, nei gruppi di covate di Basile, avviene invece 4 volte su 9.

d) Il rapporto dei sessi nelle covate dei topi normali si mantiene prossimo al limite teorico, cioè le variazioni dipendono prevalentemente dal caso. Ciò risulta anche se si distinguono le covate secondo i maschi e secondo le femmine che le generarono, per modo che non paiono del tutto accettabili le osservazioni di C. Copman e Parsons i quali, stimando a occhio, credettero di poter affermare che certi maschi generano una proporzione maggiore di maschi, altri di femmine; e che una tendenza analoga, ma meno evidente, si verifica anche per le femmine. Leggermente più variabili del normale sono invece i rapporti dei sessi nelle covate distinte secondo le coppie, l'aggruppamento più omogeneo dei dati rivelando meglio il peso della individualità dei riproduttori.

e) Anche prossima al limite teorico è la variabilità del rapporto dei sessi nelle covate di topi bianchi sottoposti a svariate condizioni di allevamento; l'indice che si ottiene può, per tanto, considerarsi come normale.

f) La primiparità sembra avere una certa influenza sul rapporto dei sessi nelle covate di topi bianchi; esso è notevolmente più variabile del normale quando i genitori sono entrambi al primo accoppiamento, in misura minore quando trattasi di femmine primipare di diverse età. Ciò, almeno in parte, discorda con l'affermazione di Schultze che l'inizio della maturità sessuale dei genitori non favorisce nei discendenti nè il sesso maschile nè quello femminile, e con l'altra che non si nota una sensibile influenza della fecondità precoce o ritardata delle femmine sul sesso dei nati.

g) Combinazioni medie un po' più frequenti di quanto dovrebbe avvenire per puro effetto del caso si hanno quando è completamente soddisfatta la domanda sessuale delle femmine (Inanspruchnahme), cioè quando è ridotto al minimo l'intervallo fra i parti. Ciò appare più evidente quando all'indice complessivo si sostituisce una media di indici ottenuti per gruppi di covate distinte secondo le femmine.

h) Nessuna sensibile influenza sembrerebbe invece esercitare sulla variabilità del rapporto sessuale nelle covate l'endogamia. Se non che, a considerar meglio, siccome tutte le femmine sono state accoppiate con maschi a cui sono legate con stretta parentela e in modo da rendere minimo l'intervallo fra i parti, se l'endogamia non avesse esercitato nessuna influenza, si sarebbero dovuti ottenere indici sottoteorici come quelli considerati al § precedente.

Invece la variabilità delle covate prese in complesso (1,0505) è leggermente superiore a quella normale (1,0369) e risulta sensibilmente più elevata per le covate distinte secondo le femmine (1,125).

Se, dunque, non si può parlare, secondo Schultze, di una relazione costante fra la domanda sessuale delle femmine e una proporzione di nati femmine supernormale, nè di una relazione fra l'endogamia e una proporzione di nati maschi supernormale, pure non pare si debba escludere qualsiasi influenza di tali condizioni sul rapporto dei sessi nelle covate.

i) L'affamamento dei riproduttori pare renda alquanto più variabili i rapporti dei sessi nelle covate. L'influenza si manifesta in maniera quasi insensibile ad un esame complessivo, è maggiore quando le covate si raggruppano secondo le varie diete a cui vengono sottoposti i riproduttori ed è massima per le covate in cui entrambi i riproduttori erano affamati, riunite in gruppi secondo le femmine. Concorda ed è conseguenza di questo fatto l'altro che la variabilità media dei gruppi di covate distinte secondo le femmine è sensibilmente maggiore considerata nel complesso delle covate di quella che si osserva escludendo le covate con riproduttori affamati. Tutto ciò, quantunque debba considerarsi vero solo nei limiti dei dati che si posseggono, consente di concludere meno rigidamente di quanto abbia fatto Schultze, affermando che finora è stato impossibile provare l'influenza della alimentazione sul rapporto sessuale delle covate di topi.

*
* *

Le osservazioni che precedono non saranno del tutto prive di interesse, in quanto si riconnettono e talora forse illuminano le ricerche degli autori oltre che sulla vera questione del rapporto dei sessi, anche su problemi di carattere più generale.

La maggiore mortalità dei feti maschi — già studiata anche per l'uomo — l'affermata influenza dell'eredità sul sesso, l'influenza della primiparità sul rapporto sessuale e la variabilità dei primonati, l'azione delle condizioni d'allevamento e d'accoppiamento sulla prole, ecco altrettanti problemi a cui si riallacciano le nostre indagini. Si deve però tener presente che, come è stato osservato, alla nascita il sesso si manifesta, ma non si determina ⁽¹⁾ e per ciò, non si può tener conto di numerosi fattori che fanno variare il rapporto dei nati maschi alle femmine, come la ricordata maggiore mortalità dei feti maschi, la diversa rapidità dello sviluppo fetale dei due sessi, ecc. In parte però questi svantaggi sono diminuiti dalla considerazione di covate singole degli stessi individui, poichè è da ritenere che talune azioni dipendenti dall'individualità dei riproduttori si manifestino sempre in un determinato modo in ciascuno, e perciò, almeno una parte delle regolarità riscontrate, può attribuirsi al rapporto dei sessi originario.

(¹) B. Lembke, E. W., *Die Unmöglichkeit der Bestimmung eines ursprünglichen Geschlechtsverhältnisses*; Deutsches statistisches Zentralblatt. Juni, 1918.

E. M.
